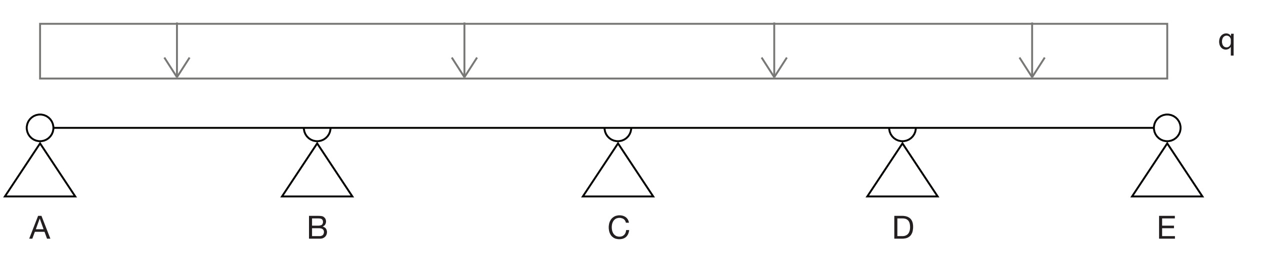
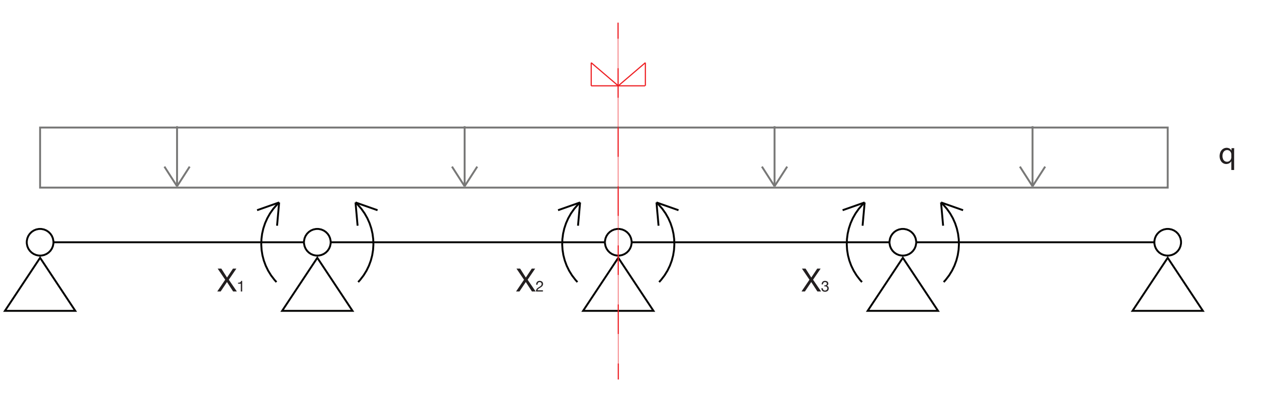
Risoluzione di una struttura iperstastica tramite metodo delle forze



La struttura disegnata sopra è 3 volte iperstatica, in quanto ci sono 6 gradi di vincolo e 3 gradi di libertà quindi 6 - 3= 3

Per risolverla, la trasformiamo in una struttura isostatica rendendo le cerniere passanti delle cerniere semplici, ottenendo così 4 semplici travi appoggiate e 3 momenti (X1, X2, X3), incognite del sistema.



La struttura è simmetrica quindi le equazioni da risolvere saranno 2 e non 3, poichè X1=X3

Imponiamo quindi che la rotazione relativa in B,C,D sia uguale a zero.

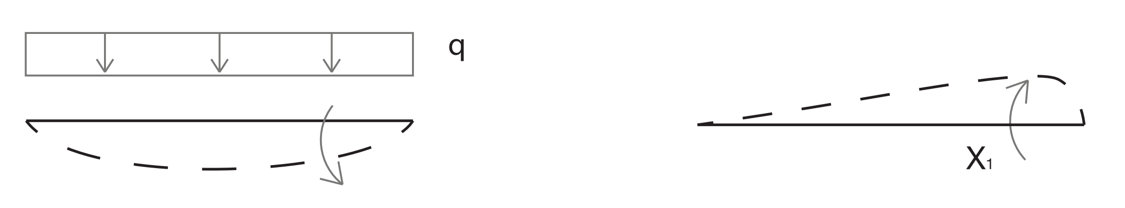
$\Delta\phi B = \Delta\phi D = 0$

$\phi Bs = \phi Bd = \phi Ds = \phi Dd$

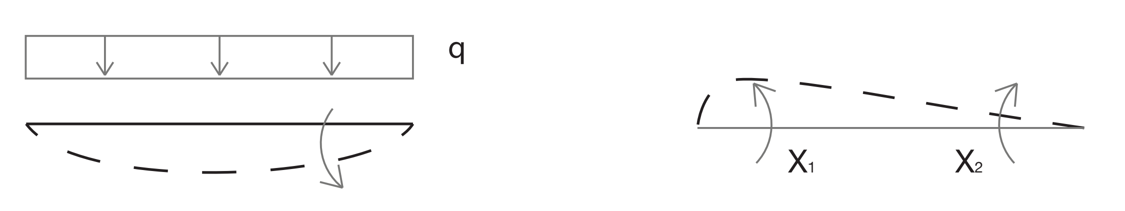
$\Delta\phi C = 0$

Calcoliamo ora le rotazioni, che grazie al principio di sovrapposizione degli effetti possiamo dividere in due schemi: uno relativo al carico q e uno relativo alle incognite X.

Rotazioni in B

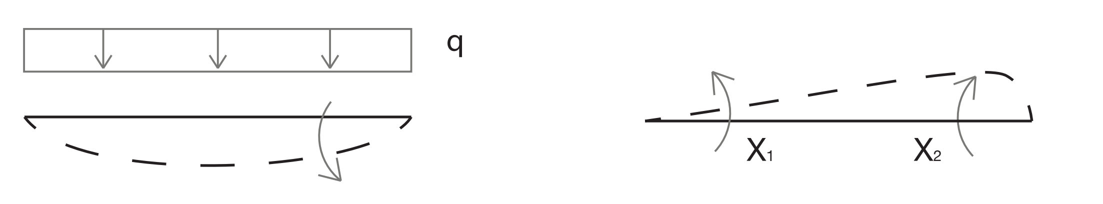


$$\phi B_s = \frac{ql^3}{24EI} - \frac{X_1 l}{3EI}$$

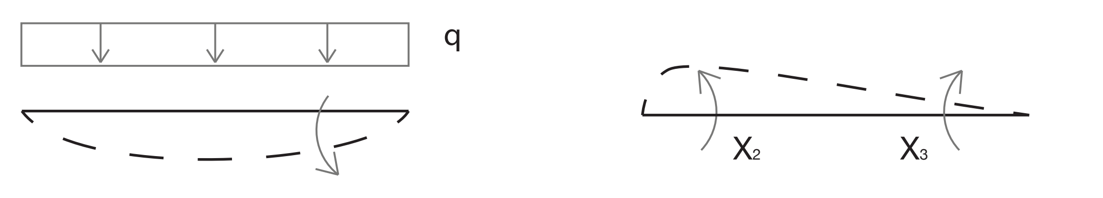


$$\phi B_d = -\frac{ql^3}{24EI} + \frac{X_1 l}{3EI} + \frac{X_2 l}{6EI}$$

Rotazioni in C



$$\phi C_s = \frac{ql^3}{24EI} - \frac{X_2 l}{3EI} - \frac{X_1 l}{6EI}$$



$$\phi C_d = -\frac{ql^3}{24EI} + \frac{X_2 l}{3EI} + \frac{X_3 l}{6EI}$$

ΔφB) $\frac{ql^3}{24EI} - \frac{X_1 l}{3EI} = -\frac{ql^3}{24EI} + \frac{X_1 l}{3EI} + \frac{X_2 l}{6EI} \quad >> \quad \frac{ql^3}{12EI} - \frac{2X_1 l}{3EI} - \frac{X_2 l}{6EI} = 0$

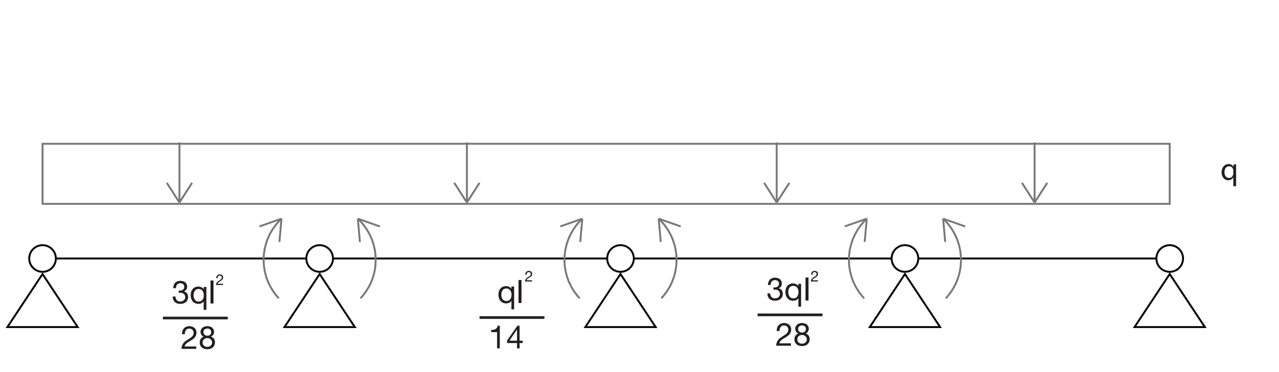
$$X_1 = \frac{ql^2}{8} - \frac{X_2}{4}$$

ΔφC) $\frac{ql^3}{24EI} - \frac{X_2 l}{3EI} - \frac{X_1 l}{6EI} = -\frac{ql^3}{24EI} + \frac{X_2 l}{3EI} + \frac{X_3 l}{6EI} \quad >> \quad \frac{ql^3}{12EI} - \frac{2X_2 l}{3EI} - \frac{X_1 l}{3EI} = 0$

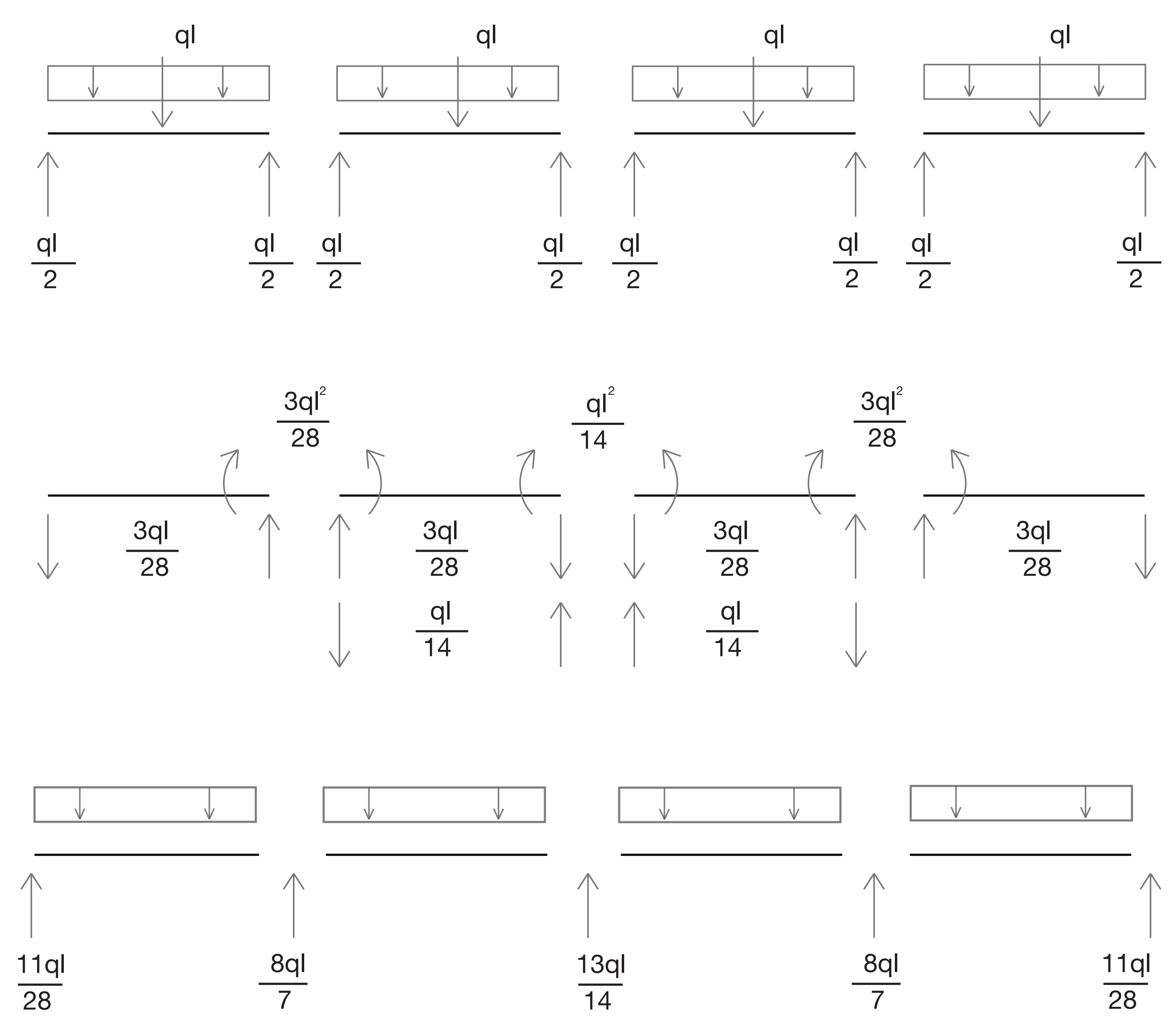
$$\frac{ql^3}{12EI} - \frac{2X_2 l}{3EI} - \frac{X_1 l}{3EI} = 0 \quad >> \quad \frac{ql^3}{12EI} - \frac{2X_2 l}{3EI} - \frac{l}{3EI}\left(\frac{ql^2}{8} - \frac{X_2}{4}\right) = 0$$

$$\frac{ql^3}{12EI} - \frac{2X_2 l}{3EI} - \frac{ql^3}{24EI} + \frac{X_2 l}{12EI} = 0 \quad >> \quad \mathbf{X_2} = \frac{ql^2}{14}$$

$$\mathbf{X_1} = X_3 = \frac{3ql^2}{28}$$



Reazioni Vincolari



Valori del Taglio

Primo tratto (s=0) $\quad T + \frac{11ql}{28} = 0 \;>>\; T = -\frac{11ql}{28}$

Secondo tratto (s=l) $\quad T + \frac{11ql}{28} - ql = 0 \;>>\; T = \frac{17ql}{28}$

Terzo tratto (s=l) $\quad T + \frac{11ql}{28} - ql + \frac{8ql}{7} = 0 \;>>\; T = -\frac{15ql}{28}$

Quarto tratto (s=2l) $\quad T + \frac{11ql}{28} - q2l + \frac{8ql}{7} + \frac{13ql}{14} = 0 \;>>\; T = -\frac{13ql}{28}$

Valori del Momento

Primo tratto (s=0) $\quad M = 0$

Secondo tratto ($s= \frac{11l}{28}$) $\quad M - \frac{11ql}{28}\left(\frac{11l}{28}\right) + q\frac{\left(\frac{11l}{28}\right)^2}{2} = 0 \;>>\; M = \frac{121ql^2}{1568}$

Terzo tratto (s=l) $\quad M - \frac{11ql^2}{28} + \frac{ql^2}{2} = 0 \;>>\; M = -\frac{3ql^2}{28}$

Quarto tratto ($s= \frac{43ql}{28}$) $\quad M - \frac{8ql}{7}\left(\frac{15l}{28}\right) + q\frac{\left(\frac{43l}{28}\right)^2}{2} - \frac{11ql}{28}\left(\frac{43l}{28}\right) = 0 \;>>\; M = \frac{57ql^2}{1568}$

Quinto tratto (s=2l) $\quad M + 2ql^2 - \frac{11ql}{28}(2l) - \frac{8ql^2}{7} = 0 \;>>\; M = -\frac{ql^2}{14}$

Diagrammi